

古在-Lidov 機構とその最近の進展

Keyword: 古在-Lidov 機構

1. はじめに

1962年に古在由秀(日本, 1928-2018)とMikhail Lidov(ソ連, 1926-1993)は階層的三体系の内軌道の離心率, 軌道傾斜角に関する興味深い現象を独立に発表した.^{1,2)} 今日この現象は古在-Lidov 機構(以下古在機構と略す)として知られ, 様々な角度から研究されている. 天体現象への具体的な応用例は,^{3,4)} 系外惑星系におけるホットジュピターの起源, 地上重力波干渉計で狙う中性子星やブラックホール連星の進化, 巨大質量ブラックホール連星の合体など多岐にわたっている. 本稿では古在機構の概要を説明するとともに, 最近の関連する理論的研究について紹介する. 古在機構は本質的には質点系の運動に対する現象であり汎用性が高いので, 個々の天体現象には立ち入らないことにする.

2. 階層的三体系

図1に示したように, 中心質点 m_0 のまわりをニュートン重力に従って運動する内天体 m_1 と外天体 m_2 を考える. 古在機構が対象とするのは, 外摂動天体 m_2 の重力による内軌道要素の長期的変動である. 一般的な場合には議論が複雑となるためここでは以下の仮定を置く. まず, 質量について $m_0 \gg m_2$ とし, m_1 はテスト粒子($m_1=0$)として扱う. また外天体 m_2 は半径が a_2 の円軌道を運動すると仮定し, その軌道角運動量の方向を Z_2 とする. m_1 がテスト粒子であるため, m_2 の軌道は変化しない.

一方, 内軌道のサイズは a_2 と比べて十分小さく, m_1 の運動に対する外天体 m_2 の効果は摂動的に取り扱うことができるものとする. 各時刻における内軌道の離心率を e_1 , 軌道長半径を a_1 , 軌道角運動量の向きを Z_1 とおく. 図1で

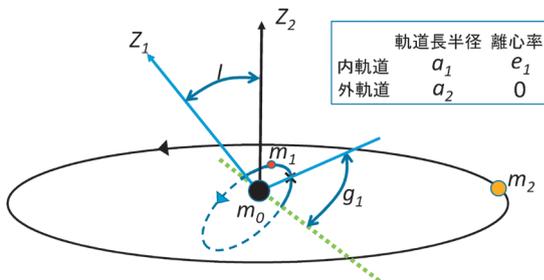


図1 中心天体 m_0 まわりの階層的三体系の軌道配位. 簡単のため m_1 はテスト粒子, 外天体 m_2 は円軌道を運動しているものとする. 軸 Z_1, Z_2 は内外の軌道面に垂直で, 軌道傾斜角 I はこれらの間の角である. 近点引数 g_1 は内軌道と外軌道面の交点(昇交点)から測った内近点 \times への角度. 内軌道要素($g_1, G_1 \equiv \sqrt{1-e_1^2}$)に対するハミルトニアン(2)は摂動天体 m_2 をリング状の重力源と見なして導出する.

二つの軸 Z_1 と Z_2 の間の角 I が軌道傾斜角である. また, 内軌道が外軌道面と交差する点(昇交点)から測った近点方向への角度(近点引数)を g_1 とする. 階層的三体系とは $a_1/a_2 \ll 1$ の条件を満たす三体系である.

3. 平均化とハミルトニアン

古在機構を解析的に取り扱うためには, 内外の公転周期で重力摂動効果を平均し, 短期的な変動成分を落とし, 長期的な変動成分を抜き出す永年摂動論が有効である. 直感的には, 図1で摂動天体 m_2 をリング状の質量分布とみなして内軌道の長期的変化を追うことに相当している. 少なくとも外軌道の公転周期の間, 内軌道要素の変化が十分小さいことが平均化の前提となっている.

永年摂動論の詳細は文献に譲るが,^{3,4)} これを適用すると内軌道の軌道長半径 a_1 は時間変化しないことが示される. また, 内軌道の角運動量は $G_1 \equiv \sqrt{1-e_1^2}$ に比例するが, 摂動天体 m_2 の作るポテンシャルの軸対称性から内軌道角運動量の Z_2 成分

$$J \equiv \sqrt{1-e_1^2} \cos I \quad (1)$$

が保存する. さらに2変数(g_1, G_1)は正準変数となっており, 与えられた定数 J に対し, ハミルトニアン H は以下のように求まる. これは J の符号には依存していない.

$$H(g_1, G_1) = -3G_1^2 - 15 \frac{J^2}{G_1^2} - 15(1-G_1^2) \left(1 - \frac{J^2}{G_1^2}\right) \cos 2g_1 \quad (2)$$

式(2)のハミルトニアンにはスケール変換が施してあり, 実際に位相空間上を運動する特徴的なタイムスケールは $T_K \equiv m_0 P_2^2 / (m_2 P_1)$ 程度のオーダーになる. ここで, P_1, P_2 はそれぞれ内軌道, 外軌道の公転周期である.

4. 古在機構

古在機構の基本的な性質はハミルトニアン(2)を解析することで理解できる. 図2に $J=0.9$ と 0.1 に対応する位相空間の構造を示した. ハミルトニアン(2)の周期性を考慮し, 近点引数 g_1 は $[0, \pi]$ の範囲に限定して作図した. また運動量に相当する G_1 は区間 $[[J], 1]$ 間で定義されており, $G_1=1$ は $e_1=0$ に対応している. 図2の実線はハミルトニアン(2)の等高線である. これより個々の系の時間発展を読み取ることができる.

まず, $J=0.9$ に対しては, 位相空間上のすべての系は近点引数 g_1 が単調に増加し, 離心率 e_1 は $g_1=0$ で最低値を取り, $g_1=\pi/2$ で最大値を取る. この間 J は一定値であるので,

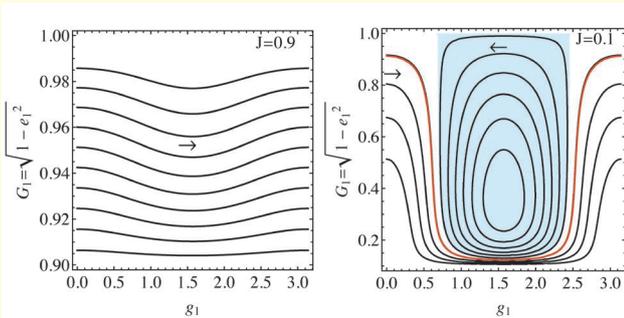


図2 ハミルトニアン (2) の位相構造. 運動の定数 $J=0.9$ と 0.1 に対して示した. 実線はハミルトニアンの等高線. 矢印は系の時間発展の向きを示す. 青色の領域では近点引数 g_1 は $\pi/2$ のまわりを秤動する. 具体例として赤線上の運動を本文中で説明した.

e_1 が大きくなると $\cos I$ は増加し, 軌道面が揃う方向に変化する.

一方, $J=0.1$ に対しては, 近点引数 g_1 が有限区間を振動する (秤動運動と呼ばれる) 解が存在し, 図2では該当領域を青色で示した. $g_1 = \pi/2$ における固定点の存在条件から, $|J| < \sqrt{3/5}$ ($= \cos 39.2^\circ$) の時に秤動領域が現れることが示される. 例えば, $\partial_{G_1} H(g_1 = \pi/2, G_1 = 1) = 0$ より境界値 $J = \sqrt{3/5}$ が簡単に得られる. 狭義の古在機構はこのような秤動運動を指すが, 天体物理学の文脈では秤動に限定せず, 内軌道が振動的に大きな離心率を取ることを一般に古在機構と称している.

図2 ($J=0.1$) の赤線に沿って, 内軌道要素の変動を具体的に追ってみよう. $g_1 = 0$ の時は $e_1 = 0.410$, $I = 83.7^\circ$ であり大きな軌道傾斜角 I を持っているが, $g_1 = \pi/2$ においては $e_1 = 0.992$, $I = 35.2^\circ$ となり大きな離心率を持っている. このような二つの状態を交互に繰り返すのがより広い意味での古在機構である.

5. 拡張

ここまでは単純化のために, 内外の軌道半径だけでなく, 3つの質量についても階層性を仮定していた. しかし, 内軌道要素の同様な振動は, 質量比が1に近い ($m_0 \sim m_1 \sim m_2$) 状況でも実現されうる.

また, 先述したようにニュートン重力に従う質点系に対しては, 永年摂動論の枠内では内軌道の軌道長半径 a_1 (つまり力学的エネルギー) は変化しない. しかし, 潮汐効果や重力波放射をはじめとする現実のエネルギー散逸過程は一般に近点距離 $a_1(1-e_1)$ に強く依存する. 例えば, 連星の場合, 重力波によって一公転周期当たり失うエネルギーは近点距離の $-7/2$ 乗に比例する. したがって, 古在

機構により離心率が増幅され, $(1-e_1) \ll 1$ という状況が実現されれば, 内軌道は古在機構を介してエネルギー的にも急速に進化することが可能となる. これは古在機構の重要な側面であり, 実際多くの研究がこのような観点で行われてきた.

6. 最近の理論的進展

以上の解説では, 外側の摂動天体 m_2 は円軌道上を運動するものと仮定していた. しかし過去5年間ほど, 外軌道の離心率 e_2 の影響が精力的に研究されてきた.⁴⁾ 内外の軌道周期で平均化して重力相互作用を取り扱う永年摂動論の手法はここでも適用可能であり, 円軌道 ($e_2 = 0$) の場合のハミルトニアン (2) に対して, 外離心率 $e_2 \neq 0$ の効果は摂動展開パラメーター (a_1/a_2) に比例する高次の項として現れる. 外天体 m_2 の作る平均重力ポテンシャルはもはや軸対称ではなく, 内軌道の角運動量成分 J は保存しない. このため, 内軌道要素は図2で見られる単純な振動と比較して複雑な挙動を示すようになる. 極端な場合, 初期条件によっては傾斜角 $I = 90^\circ$ を跨いだ軌道反転も起こる.

一方, 永年摂動論の妥当性自体も最近活発に調べられている. 特に内軌道の離心率が $e_1 \sim 1$ (つまり角運動量 $\propto \sqrt{1-e_1^2} \ll 1$) である場合, 摂動天体 m_2 による内軌道角運動量の短周期変動が相対的に大きくなって, 平均化の手法がうまく働かない可能性が生じる. 実際, このような状況では永年摂動論を利用した進化計算は, 直接三体計算と比べて大きく食い違ってくる. これは上述のエネルギー散逸過程や星の衝突現象等と関連して特に注意を要する点であることがわかっている.

7. 今後

古在機構が発見されたのは50年以上前であるが現在においても関連する研究が活発に行われている. 新しく加わった重力波干渉計を含めた多様な観測装置の活躍もあり, 天体物理学は今後も大きく発展していくであろう. 引き続き様々な形で古在機構が現れてくると期待される.

参考文献

- 1) Y. Kozai, *Astron. J.* **67**, 591 (1962).
- 2) M. Lidov, *Planet. Space Sci.* **9**, 719 (1962).
- 3) E. B. Ford, B. Kozinsky, and F. A. Rasio, *Astrophys. J.* **353**, 385 (2000).
- 4) S. Naoz, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **54**, 441 (2016).

瀬戸直樹 (京都大学大学院理学研究科 seto@tap.scphys.kyoto-u.ac.jp)

(2017年8月31日原稿受付)