

# 量子アニーリングと局在現象に対する新たな視点

## [1] 要旨

制約条件のもとでの量子アニーリング (QA) を行う際に、通常のペナルティ関数を用いるのではなく制約量子アニーリング (CQA : Constrained QA) という、制約条件が自然に満たされるように量子ゆらぎの項を設定する方法がある。隣り合う頂点を別の色で塗り分けるグラフ彩色問題に CQA を適用した場合に、QA 探索上の困難であるアンダーソン局在に類似した現象発生に関して、数値計算によってエンタングルメントなどの観点から考察を行い、通常の QA とは別の視点から局在現象を議論している。

## [2] 本文

量子アニーリングは、組み合わせ最適化問題を解くための量子力学的手法として知られている。近年では、その原理に基づく実機も開発され、注目を集めている。しかし、従来のコンピュータで量子アニーリングの実時間発展の計算を実行しようとする、計算に必要な空間の次元が非常に大きくなってしまふ。また、実用的な最適化問題では制約条件を必要とする場合が多く、これを満たすための工夫が必要で、通常はペナルティ関数を用いるが、そのためにモデルは複雑になる。これらの問題を部分的に解決する方法が、制約量子アニーリングである。この方法では、系の対称性を利用して制約条件が自然に満たされるように、量子ゆらぎの項を設定する。量子アニーリングで、隣り合う頂点を別の色で塗り分けるグラフ彩色問題を解く場合、グラフの各頂点に対して複数のスピン変数を割り当て、各頂点を各色で塗るか否かを表す。そのため、1つの頂点が1つの色にしか塗れないという制約条件が必要となる。この制約条件が、制約量子アニーリングでは自然と満たされることになる。また、これによって探索空間が縮小され、計算に必要な空間の次元も大幅に削減できる。

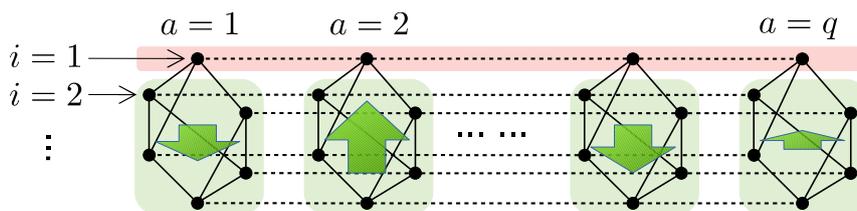


図 1. モデルの模式図。赤く色付けた破線に注目すると、その中の各点には、実線でつながった点からの相互作用により、実効的な磁場（緑の矢印）が働いていると見なせる。

量子アニーリングのハミルトニアンは、最適化問題を記述する項と量子ゆらぎの項からなる。各スピン配列を超立方体の頂点とみなすと、問題を記述する項は各頂点の局所ポテンシャルに、量子ゆらぎの項は頂点間のホッピングに対応する。そのため、量子アニーリングの過程では、量子ゆらぎが小さくなるとアンダーソン局在に類似した現象が起きる困難が知られている。アンダーソン局在は、乱れた(disordered)局所ポテンシャル中で波動関数が局在する現象である。制約量子アニーリングをグラフ彩色問題に適用したモデルでは、各スピン配列を頂点と見なす多次元系の視点ではなく、モデルを実効的な1次元系と見なす視点から局在現象を議論できる。図1はこのモデルの模

式図で、実線は問題のグラフの辺に、破線は量子ゆらぎの項に対応する。赤く色付けした破線 ( $i = 1$ ) に注目すると、その中の各頂点には、実線につながった頂点との相互作用により、実効的な局所磁場が働いていると見なせる。つまりこのモデルは、実効的な1次元アンダーソン模型と見なせるのである。

最近、お茶の水女子大学の工藤氏は、この系における実効的な局所磁場およびエンタングルメントの変化を数値計算し、制約量子アニーリングの過程で局在現象がどのような形で現れるのかを示した。実効的な磁場のゆらぎの関数としてコンカレンス（エンタングルメントの指標の一つ）をプロットすると、対応する通常のアンダーソン模型には見られない性質が現れることが明らかになった。この成果は、日本物理学会が発行する英文誌 *Journal of the Physical Society of Japan (JPSJ)* の 2020 年 6 月号に掲載された。

通常、量子アニーリングの過程の物理量の変化は、量子ゆらぎの大きさを制御するパラメタの関数として表す。しかし、アンダーソン模型とのアナロジーという視点からは、それは不自然な表現方法である。アンダーソン模型の乱れ(*disorder*)の大きさに対応する量は、実効的な磁場のゆらぎであり、それに注目することで通常のアンダーソン模型との比較が可能となった。

量子アニーリングを含む量子多体系のダイナミクスにおいて、局在現象は重要なテーマの一つである。たとえば量子計算においては、局在現象による計算効率への悪影響も懸念される。しかし、局在転移の存在やその性質など、まだ解明されていないことが多い。その理由の一つは、局在現象を捉える指標として何を採用するかによって、異なる性質が現れることである。今回の研究の成果は、その指標を何の関数として表すのかということも重要であることを示唆している。今後も様々な視点からのアプローチによって、量子系の局在現象の理解がより深まることが期待される。

#### 原論文 (5月8日公開済)

[Localization in the Constrained Quantum Annealing of Graph Coloring](#)

[Kazue Kudo, J. Phys. Soc. Jpn. \*\*89\*\*, 064001 \(2020\).](#)

<情報提供：工藤和恵（お茶の水女子大学）>