

振動子ネットワークの部分同期検出のための擬渦模型

山田 康博 (NTT 物性科学基礎研究所 yshr.yamada@ntt.com)

稲葉 謙介 (NTT 物性科学基礎研究所 kensuke.inaba@ntt.com)

同じ梁にかけられた振り子時計が同じ時を刻み、川辺の蛍の群れが同時に光る。同期現象は相互作用する**振動子系**において生じる普遍的な物理現象である。

同じ種類の振動子が一様に相互作用する場合には、一見、一様な同期状態もしくは非同期状態が実現すると考えられる。しかし、21世紀初頭の1次元リング上の振動子系の理論研究により、同期する振動子群と非同期な振動子群が混在した非一様な定常状態が生じる可能性が示された。この部分同期状態は、系内に複数の相が同居する様子からキメラ状態と呼ばれている。振動子系のキメラ状態は、理論研究による発見後、実験的にも様々な系で検証され存在が確認された。

キメラ状態に関する研究の発展とともに、部分同期の普遍性の認識も広がっている。そこで最近では、単純な物理系だけでなく、生体内や社会で実在する非一様な振動子ネットワークで生じる複雑な部分同期現象も、キメラ状態の一種として研究対象となっている。例えば、スパイク振動を発するニューロンは、神経回路網を構成する一種の振動子であり、その部分同期と脳機能や脳疾患との関連性が議論されている。したがって、部分同期の解析は物理のみならず、生理学的にも重要である。このように分野を越えた注目が集まる一方で、学際領域における振動子系はネットワークやダイナミクスが複雑であり、未知の部分同期領域を発見し解析することは、一般に難しい。

著者らは、統計力学の**XYスピンの模型**と振動子の類比から、部分同期を渦を用いてモデル化し解析する手法を提案した。2次元XYスピン模型の低エネルギー励起状態は

微視的に複雑だが、渦構造に注目し単純化すると、解析が容易になると知られている。そこで振動子系においても同様に、二つの振動子対の位相ダイナミクス上に生じる擬似的な渦を用いて、複雑な時系列データを解析しやすい離散値変数を取る模型に落とした。ここで、離散値変数は擬渦の向き付き強度(擬渦度)であり、振動子対の非同同期度を表す。擬渦で非同期をモデル化することで、系の同期状態を表す**グラフ**(同期グラフ)を得た。

同期グラフの**クリーク**は部分的に同期している振動子群を表すので、グラフを複数のクリークに分割することで、部分同期領域を可視化できる。また、クリークのサイズ分布を用いて、同期の部分度を同期エントロピーとして定量化可能である。上記の擬渦模型の構成や解析は位相データのみで実行できるため、詳細が分からない系においてもデータ駆動で部分同期を解析できる。

提案する擬渦模型と解析方法の有用性を確認するため、**スモールワールドネットワーク**上に配置した200個の**フィッツヒュー-南雲ニューロン模型**のダイナミクスを数値計算し、得られたデータに手法を適用した。結果として、同期エントロピーの定量化指標としての有用性を確認でき、部分同期に関する相図が得られた。また、振動子の部分同期ダイナミクスもクリーク分割により可視化できた。これらは、位相に関する今までの同期指標では得ることが難しい結果である。

今後は、本提案手法を様々な振動子ネットワークの実データに適用し、隠れた部分同期を見つけ出し解析していきたい。

用語解説

振動子:

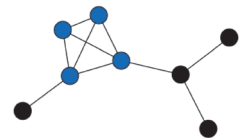
周期的に振動する要素を抽象化した概念。具体的には、振り子、交流電流、振動する化学反応、ニューロンなどが挙げられる。その運動を縮約すると振動子位相 $\theta(i)$ の自由度を用いて記述できることが多い。

XYスピン模型:

二次元平面内にある大きさ一定のベクトルで局所状態が表される統計力学模型。その局所自由度はベクトルの角度 θ で記述できる。

グラフとクリーク:

頂点と辺の集合をグラフと呼ぶ。下図の青い頂点のように、属する全ての頂点が辺で結ばれる頂点の部分集合をクリークと呼ぶ。



スモールワールドネットワーク:

任意の頂点間を結ぶ距離(頂点を結ぶ辺の数)が短いことを特徴とするグラフ。加えて、しばしば高いクラスター係数を持つことを条件とする。これらは実社会のネットワークに広くみられる特徴である。

フィッツヒュー-南雲ニューロン模型:

生体ニューロンのダイナミクスを模擬するために考案された数理模型。2変数の微分方程式で記述され、スパイク状の発火現象などの重要なニューロンダイナミクスを再現する。